

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»**

**(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

**ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА**

**ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ**

**КАФЕДРА МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭКОНОМИКЕ И УПРАВЛЕНИИ**

**МАТЕМАТИКА**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**по направлению подготовки**

**38.03.03 «Управление персоналом»**

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения – очная, очно-заочная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2022

Математические модели в управлении  
Рабочая программа дисциплины  
Составитель:  
кандидат ф.-м. наук, доцент Н.Л. Лепе

.....  
Ответственный редактор

Д. ф.-м. н, профессор В.В.Ульянов .....

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
организационного развития

№9 от 20.05.2021

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1. Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических занятий

9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

## **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

## 1. Пояснительная записка

### 1.1 Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины – подготовить специалистов, обладающих знаниями достижений классической и современной математики, необходимых квалифицированным управленцам.

Задачи дисциплины:

- обеспечить уровень математической грамотности студентов, достаточный для формирования навыков математической постановки и решения классических оптимизационных задач управления, моделирования процессов управления;
- научить студентов применять основные понятия и методы высшей математики для расчета различных количественных характеристик в задачах теории управления;
- сформировать у студентов навыки использования усвоенных математических понятий и методов анализа для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления.

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине:

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
<p><b>ОПК - 2</b> - Способность осуществлять сбор, обработку и анализ данных для решения задач в сфере управления персоналом</p>	<p><i>ОПК-2.2 - Применение знаний статистики и математических алгоритмов для анализа данных при решении задач в сфере управления персоналом</i></p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- инструментарий для построения моделей процессов в управлении, анализа результатов расчетов, обоснования выводов и прогнозирования результатов управления;</li> <li>- инструментарий для сбора, обработки и анализа данных для решения задач в сфере управления персоналом.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- осуществлять сбор, обработку и анализ данных для решения задач в сфере управления персоналом;</li> <li>- применять знания статистики и математических алгоритмов для анализа данных при решении задач в сфере управления персоналом;</li> <li>- уметь применять адекватные модели и методы для решения управленческих задач.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- классическими методами количественного анализа и моделирования;</li> <li>- навыками применения математического аппарата</li> </ul>

		матричного и векторного анализа, теории линейных операторов для выработки оптимальных решений в сфере управления персоналом
--	--	---

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

дисциплины «Математика» относится к базовой части блока дисциплин учебного плана образовательной программы по направлению подготовки 38.03.03 - «Управление персоналом» и проводится в 1 и 2 семестре.

В результате освоения дисциплины «Математика» формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Математические модели в управлении», «Статистика», «Теория вероятностей», «Управление проектами», «Исследование систем управления» и другие дисциплины.

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 академических часа (ов).

### Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
<b>1</b>	Лекции	<b>12</b>
<b>1</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>16</b>
Всего:		<b>28</b>
<b>2</b>	Лекции	<b>20</b>
<b>2</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>22</b>
Всего:		<b>42</b>

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 92 академических часа(ов).

### Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
<b>1</b>	Лекции	<b>8</b>
<b>1</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>8</b>
Всего:		<b>16</b>
<b>2</b>	Лекции	<b>8</b>
<b>2</b>	Семинары/лабораторные работы	<b>16</b>
Всего:		<b>24</b>

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 122 академических часа(ов).

## 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Математика» состоит из двух частей, включает четыре раздела с разбивкой на темы.

## Часть 1.

### **РАЗДЕЛ 1. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

#### **Тема 1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ**

Введение: предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Основные понятия теории множеств. Элементы логической символики. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина вещественного числа. Окрестность точки.

#### **Тема 2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. МЕТОД ГАУССА.**

Системы линейных уравнений. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Геометрический смысл трех типов систем линейных уравнений. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).

#### **Тема 3. МЕТОД КРАМЕРА. МЕТОД ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ.**

Обратные матрицы. Нахождение присоединенной матрицы. Единственность Обратной матрицы. Метод обратной матрицы. Метод Крамера. Свойства Обратной матрицы.

#### **Тема 4. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ОДНОРОДНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.**

Исследование систем линейных уравнений. Решение неопределенных систем линейных уравнений. Базисные и свободные переменные. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы.

### **РАЗДЕЛ 2. АЛГЕБРА МАТРИЦ.**

#### **Тема 5. МАТРИЦЫ. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ.**

Матрицы. Определение, примеры. Операции над матрицами, особенности алгебры матриц.

#### **Тема 6. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА И ОСОБЕННОСТИ ОПЕРАЦИЙ НАД МАТРИЦАМИ.**

Транспонирование матриц. Особенности умножения матриц. Основные свойства операций над матрицами. Матричный полином. Матричный вид системы линейных уравнений.

#### **Тема 7. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ МАТРИЦЫ. МИНОРЫ**

Определители квадратных матриц: определение и основные свойства. Определитель матрицы 1, 2, 3-го порядка. Правило «треугольников» (правило Звезды). Перестановки. Общая формула для вычисления определителей  $n$ -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения.

## **Часть 2.**

### **РАЗДЕЛ 1 ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.**

#### **Тема 1. ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания. Производственные функции. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков.

#### **Тема 2. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ**

Понятие числовой последовательности, способы задания. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.

#### **Тема 3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Арифметические свойства пределов. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Признаки существования пределов. Вычисление пределов алгебраических выражений. Замечательные пределы и их следствия. Число  $e$  как предел последовательности. Экономический смысл числа  $e$  и показательной функции, связь с формулой вычисления сложных процентов. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.

#### **Тема 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ**

Условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции. Задача максимизации прибыли фирмы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика. Экономический смысл производной. Общие, средние и предельные показатели в экономике. Постановка и решение простейших оптимизационных задач.

### **Раздел 2. ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ И ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

## **Тема 5. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ**

Понятие производной функции одной переменной, механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Дифференциал функции, геометрический смысл. Инвариантность формы полного дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций). Правило Лопиталья–Бернулли. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

## **Тема 6. ПЕРВООБРАЗНАЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, подведение под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.

## **Тема 7. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ**

Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.

### **4. Образовательные технологии**

Практические занятия предназначены для освоения и закрепления теоретического материала, изложенного на лекциях. Практические занятия направлены на приобретение навыка решения. При реализации программы дисциплины «Математические модели в управлении» используются различные методы изложения лекционного материала в зависимости от конкретной темы – подготовительная лекция, лекции с применением техники обратной связи, лекция-беседа конкретных задач, расчетов на основе имеющихся теоретических и фактических знаний.

На коллоквиумах обсуждаются теоретические вопросы изучаемого курса.

Консультации представляют собой своеобразную форму проведения лекционных занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы.



Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и на приобретение новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций, электронный курс).

Для активизации образовательной деятельности с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся, используются формы проблемного, контекстного, индивидуального и междисциплинарного обучения, case-study анализ.

Интерактивные занятия составляют 15 % от объема аудиторных занятий.

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебной работы	Формируемые компетенции (указывается код компетенции)	Информационные и образовательные технологии
1	2	3	4	5
Первый семестр. Часть 1				
	МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. АЛГЕБРА МАТРИЦ	Лекция 14	ОПК-2.2	Проблемная лекция
		Практическое занятие 5	ОПК-2.2	Case-study анализ
		Практическое занятие 12	ОПК-2.2	Развернутая дискуссия
		Самостоятельная работа	ОПК-2.2	Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
Второй семестр. Часть 2.				
2	Функция одной переменной. Дифференциальное и интегральное исчисление.	Лекция 14	ОПК-2.2	Лекция с разбором конкретных ситуаций
		Практическое занятие 10	ОПК-2.2	Развернутая дискуссия
		Самостоятельная работа	ОПК-2.2	Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного

обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

В процессе изучения дисциплины проводится рейтинговый контроль знаний бакалавров в соответствии с Положением РГГУ о его проведении. Он предполагает учет результатов написания контрольной работы, результатов самостоятельной работы по выполнению домашних заданий, а также степени участия бакалавров в дискуссиях, при обсуждении проблемных вопросов на практических занятиях.

Для контроля знаний студентов очной и очно-заочной форм обучения в течение каждого семестра проводятся по 2 контрольных работы (текущий контроль успеваемости) и одна итоговая контрольная работа (промежуточный контроль).

Аттестации подлежат студенты, набравшие не менее 50 баллов в результате суммирования баллов, полученных при текущем контроле и промежуточной аттестации. Полученный совокупный результат (максимум 100 баллов) конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии со следующей таблицей.

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

Общая оценка успеваемости студента очной формы обучения по дисциплине «Математика» выставляется за совокупный результат:

активного участия студента в практических занятиях, регулярного выполнения домашних заданий, написания экспресс - тестов по лекционному материалу;

выполнения Контрольной работы №1 ;

выполнения Контрольной работы №2;

подготовленности к Коллоквиуму по теоретическому материалу в письменно-устной форме;

Максимально возможная сумма баллов, набираемых студентом в течение семестра, составляет - 100 баллов.

Контрольная работа №1, Контрольная работа №2 содержат типовые задания по ключевым темам дисциплины и проводятся в течение семестра после изучения соответствующего теоретического материала.

Каждый студент получает индивидуальный вариант Контрольных работ.

Коллоквиум по теоретическому материалу проводится в конце Семестра.

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная	Традиционная шкала	Шкала ECTS
--------------	--------------------	------------

шкала			
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной,</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	«удовлетворительно»/ «зачтено (удовлетворительно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

При оценивании экспресс-теста и участия в дискуссии на практическом занятии учитываются:

- степень раскрытия темы выступления (0-2 балла)
- знание содержания обсуждаемых проблем, умение использовать ранее изученный теоретический материал и терминологию (0-2 балла).

Контрольные работы (текущий контроль) содержат типовые задания по ключевым практическим аспектам укрупненных тематик дисциплины и проводятся в течение семестра после их изучения.

Контрольная работа №1 и №2 содержат по 5 заданий.

При проведении Коллоквиума студент должен ответить на 2 вопроса теоретического характера. При оценивании ответа на вопрос учитывается:

- теоретическое содержание освоено не полностью, знание материала носит фрагментарный характер, имеются явные ошибки в ответе (до 5 баллов);
- теоретическое содержание освоено почти полностью, допущено не более одного-двух недочетов (до 10 баллов);
- теоретическое содержание освоено почти полностью, допущено не более одного-двух недочетов (до 15 баллов);

**Типовые контрольные задания или иные материалы,**

**необходимые для оценки знаний, умений, навыков**

### **ЧАСТЬ 1**

**Задания для текущего контроля успеваемости**

#### **Контрольная работа № 1 «Вычисление пределов»**

Тип: письменная, 5-я неделя первого семестра. Количество часов: 1 час.

Содержание: решение задач по темам № 3–4. Максимальная оценка: 15 баллов.

*Задание № 1.* Вычисление пределов алгебраических выражений. Раскрытие неопределенности  $[\infty/\infty]$ . Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 2.* Вычисление пределов алгебраических выражений. Раскрытие неопределенности  $[0/0]$ . Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 3.* Вычисление пределов алгебраических выражений. Раскрытие неопределенности  $[\infty - \infty]$ . Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 4.* Основные типы эквивалентных бесконечно малых, 1-й замечательный предел. Раскрытие неопределенности  $[0/0]$ . Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 5.* 2-й замечательный предел и его модификации. Раскрытие неопределенности  $[1^\infty]$ . Максимальная оценка: 3 балла.

#### **Типовой вариант**

Найти пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(5x^2 - 1)^2 (2x + 3)^3}{(5x + 2)^5 (4x^2 - 3)}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - 3x^2 - 5x}{x^3 + 8}; \quad 3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 3x + 5});$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0,3^{2x} - 1}{1 - \sqrt{1 + \sin(x/2)}}; \quad 5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x + 2}{5x - 3} \right)^{2x-1}.$$

*Рекомендуемая литература:* § 10–15 [1], § 8–10 [2].

### **Контрольная работа №2 «Производная функции одной переменной.**

#### **Правило Лопиталья»**

Тип: письменная, 11-я неделя первого семестра. Количество часов: 2 час.

Содержание: решение задач по теме № 6. Максимальная оценка: 20 баллов.

*Задание № 1.* Найти производную сложной функции. Максимальная оценка: 4 балла.

*Задание № 2.* Найти дифференциал функции, используя правило логарифмического дифференцирования. Максимальная оценка: 4 балла.

*Задание № 3.* Найти производную неявно заданной функции. Максимальная оценка: 4 балла.

*Задание № 4.* Раскрыть неопределенность типа  $[0/0, \infty/\infty, \infty - \infty]$  с использованием правила Лопиталья. Максимальная оценка: 4 балла.

*Задание № 5.* Раскрыть неопределенность типа  $[1^\infty, \infty^0, 0^0]$  с использованием правила Лопиталья. Максимальная оценка: 4 балла.

#### **Типовой вариант**

1) Найти производную функции  $y = \sqrt{\cos^5 \sin \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}$ .

2) Найти дифференциал функции  $y = (\lg(1-x))^{\sin 2x}$ .

3) Найти производную неявно заданной функции  $y(x) : \frac{1-x^2}{\sin y} = \sqrt{2xy^2} + \sin \frac{\pi}{13}$ .

Раскрыть неопределенности с использованием правила Лопиталья:

4)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\lg \arctg 3x}{\log_5 \tg 2x}$ ;    5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x + 2^x)^{\frac{1}{4x-1}}$ .

*Рекомендуемая литература:* § 17–23 [1], § 13–16 [2].

### **Контрольная работа №3 «Исследование и построение графика функции»**

Тип: письменная, 16 неделя первого семестра.

Содержание: решение задач по теме № 7. Максимальная оценка: 15 баллов.

#### **Типовой вариант**

*Задание:* провести полное исследование и построить график функции  $y = \ln \frac{x-3}{x+3}$ .

*Рекомендуемая литература:* § 25–29 [1], § 20–23 [2].

## Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (зачет)

### Часть 1 (к итоговой контрольной работе №1)

#### «Функции одной переменной. Пределы. Непрерывность» (темы 1–5)

##### *Числовые множества.*

- 1.1. Формализуйте основные операции с множествами: объединение, пересечение, разность.
- 1.2. Перечислите основные числовые множества.
- 1.3. Приведите свойства множества действительных чисел.
- 1.4. Дайте определение  $\varepsilon$ -окрестности точки  $x_0$ .

##### *Основные понятия функции одной переменной.*

- 1.5. Дайте определение функции одной переменной.
- 1.6. Дайте определения четной/нечетной функции.
- 1.7. Приведите условия и типы монотонности функции на интервале.
- 1.8. Дайте определение ограниченной функции.
- 1.9. Приведите графики и характеристики основных элементарных функций: степенных, показательных и логарифмических, тригонометрических и обратных тригонометрических.
- 1.10. Перечислите и проиллюстрируйте основные методы преобразования графиков функций.
- 1.11. Дайте определение обратной функции.
- 1.12. Дайте определение сложной функции.

##### *Пределы*

- 1.13. Дайте определение числовой последовательности и ее характеристик.
  - 1.14. Сформулируйте определение предела числовой последовательности, укажите его геометрический смысл.
- 1.15. Докажите теорему о предельном переходе в неравенствах.
  - 1.16. Сформулируйте определение предела функции при  $x \rightarrow \infty$ , укажите его геометрический смысл.
- 1.17. Сформулируйте определение предела функции в точке по Коши.
  - 1.18. Сформулируйте определения односторонних пределов функции в точке. Укажите связь между ними и пределом функции в точке.
- 1.19. Дайте определения и перечислите свойства бесконечно больших и бесконечно малых функций, укажите связь между ними.
- 1.20. Докажите теорему о связи между функцией, имеющей предел, и бесконечно малой функцией.



- 1.21. Докажите теоремы об арифметических свойствах пределов.
- 1.22. Докажите теорему о пределе промежуточной функции.
- 1.23. Докажите теорему о первом замечательном пределе.
- 1.24. Приведите принцип сравнения двух бесконечно малых функций. Укажите, в каком случае они являются эквивалентными.
- 1.25. Сформулируйте основные теоремы об эквивалентных бесконечно малых.

### *Непрерывность*

- 1.26. Сформулируйте три определения непрерывности функции в точке.
- 1.27. Приведите классификацию точек разрыва.
- 1.28. Дайте определения непрерывности функции в интервале и на отрезке.
- 1.29. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса и Больцано – Коши о свойствах функции, непрерывной на отрезке.

*Рекомендуемая литература:* § 7–16 [1], § 7–12 [2].

## **«Производная и дифференциал функции одной переменной» (тема б)**

### *Производная*

- 2.1. Дайте определение производной функции в точке. В чем ее геометрический смысл?
- 2.2. Дайте определения касательной и нормали к плоской кривой, приведите их уравнения.
- 2.3. Дайте определение односторонних производных функции в точке, укажите их связь с производной функции в этой точке.
- 2.4. Дайте определение производных высших порядков.

### *Правила дифференцирования*

- 2.5. Докажите теорему о связи между непрерывностью и дифференцируемостью.
- 2.6. Докажите теорему о производной сложной функции.
- 2.7. Докажите теорему о производной обратной функции.
- 2.8. Докажите теоремы о производных: суммы; произведения; частного двух функций.
- 2.9. Выведите формулы производных элементарных функций:  $y = x^n$ ;  $y = a^x$ ;  $y = \log_a x$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \arcsin x$ ;  $y = \operatorname{arctg} x$ .

### *Дифференциал*

- 2.10. Дайте определение дифференциала функции. В чем его геометрический смысл?

2.11. Докажите теорему об инвариантности формы первого дифференциала.

2.13. Приведите схему приближенных вычислений.

#### *Теоремы о средних значениях*

2.14. Докажите теорему Ролля. В чем ее геометрический смысл?

2.15. Докажите теорему Коши.

2.16. Докажите теорему Лагранжа. В чем ее геометрический смысл?

Сформулируйте следствия из теоремы.

#### *Применение производных*

2.17. Докажите правило Лопиталю для раскрытия неопределенности  $[0/0]$ .

2.18. Укажите тождественные преобразования для приведения неопределенностей  $[0 \times \square \infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ ,  $[1^\infty, \infty^0, 0^0]$  к виду  $[0/0]$  или  $[\infty/\infty]$ .

2.19. Выведите формулу Тейлора для многочлена  $P_n(x)$ .

2.20. Сформулируйте теорему о формуле Тейлора для функции. Запишите формулу Маклорена.

*Рекомендуемая литература:* § 17–24 [1], § 13–19 [2].

### **«Исследование функции одной переменной и построение графиков» (тема 7)**

#### *Монотонность и экстремумы*

3.1. Докажите теоремы о необходимых и достаточных условиях монотонности.

3.2. Дайте определение экстремумов.

3.3. Докажите теорему Ферма о необходимых условиях существования экстремумов.

3.4. Сформулируйте теоремы о достаточных условиях существования экстремумов.

3.5. Приведите схему нахождения наибольшего и наименьшего значений функции  $f(x)$  на отрезке  $[a; b]$ .

#### *Выпуклость вверх/вниз и точки перегиба графика функции*

3.6. Дайте определения выпуклости вверх/вниз и точки перегиба графика функции.

3.7. Докажите теорему о достаточных условиях выпуклости.

3.8. Сформулируйте теорему о необходимых условиях существования точки перегиба.

Докажите теорему о достаточных условиях существования точки перегиба.

#### *Асимптоты графика функции*

3.9. Приведите определение вертикальной асимптоты и достаточные условия ее существования.

3.10. Дайте определение наклонной (горизонтальной) асимптоты.

3.11. Докажите теорему о существовании наклонной асимптоты.

Рекомендуемая литература: § 25–29 [1], § 20–25 [2].

### Типовой вариант итоговой контрольной работы №1

Тип: письменная, 17-я неделя первого семестра. Количество часов: 4 час.

Содержание: 8 теоретических и практических вопросов по темам № 1–7.

Максимальная оценка каждого задания: 5 баллов. Общая максимальная оценка: 40 баллов.

1. Доказать теорему о необходимых условиях монотонности функции одной переменной.
2. Геометрический смысл производной функции в точке. Составить уравнения касательной и нормали к графику  $y = (x+1)^3$  при  $x_0 = -1$ . Сделать чертеж.

3. Для данной функции найти точки разрыва и определить их тип, сделать чертеж:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^3-1}, & \text{если } x \leq -1, \\ \ln(x-2), & \text{если } -1 \leq x \leq 2, \\ \frac{1}{x-2}, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

4. Используя определение предела последовательности, доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{3+4n} = \frac{1}{4}$ .

Найти значение  $N$ , соответствующее  $\varepsilon = 0,01$ .

5. Проверить, выполняется ли теорема Ролля для функции  $y = 4 - 3x - x^2$  на  $[-3; 0]$  и, если выполняется, то для каких значений  $C$ . Сделать чертеж.

6. Представить функцию  $f(x) = \ln(x+3)$  в виде многочлена третьей степени относительно  $x+2$ .

7. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = x + 2\sqrt{-x}$  на отрезке  $[-4; 0]$ .

8. Найти асимптоты графика функции  $y = e^{\frac{1}{x+2}}$ .

## ЧАСТЬ 2

### Задания для текущего контроля успеваемости

#### Контрольная работа №4 «Функции нескольких переменных»

Тип: письменная, 6-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час.

Содержание: решение задач по темам № 8–10. Максимальная оценка: 20 баллов.

*Задание № 1.* Найти область определения функции 2-х переменных и изобразить ее на плоскости. Максимальная оценка: 4 баллов.

*Задание № 2.* Найти частные производные первого порядка функции 3-х переменных. Максимальная оценка: 4 баллов.

*Задание № 3.* Исследовать на локальные экстремумы функцию двух переменных. Максимальная оценка: 4 баллов.

*Задание № 4.* Найти условные экстремумы функции 2-х переменных с заданным уравнением связи. Максимальная оценка: 4 баллов.

*Задание № 5.* Построить линию уровня функции 2-х переменных, проходящую через заданную на плоскости точку. Указать направление и величину наибольшего роста функции в данной точке. Максимальная оценка: 4 баллов.

### Типовой вариант

1) Найти область определения функции  $z = \frac{\ln(y + x^2 - 3)}{xy + 2x^2}$ , дать ее графическую иллюстрацию и характеристику.

2) Найти частные производные первого порядка функции  $u = x^{y-2z} + \lg^3 \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg}(2x^5 / z)$ .

3) Исследовать на локальные экстремумы функцию  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .

4) Найти условные экстремумы функции  $z = y^3 - 3x^2 + 2y^2$  при  $x^2 - y^2 = 4$ .

5). Построить линию уровня функции  $z = ux + 2y + 1$ , проходящую через точку  $M_0(-1; -1)$ . Указать направление и величину наибольшего роста функции в данной точке.

*Рекомендуемая литература:* § 30–41 [1], § 26–32 [2].

### Контрольная работа №5 «Неопределенные и определенные интегралы»

Тип: письменная, 10-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час.

Содержание: решение задач по темам № 11–12. Максимальная оценка: 15 баллов.

*Задание № 1.* Найти значение определенного интеграла, используя технику подведения под знак дифференциала. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 2.* Найти значение определенного интеграла, используя технику интегрирования по частям. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 3.* Найти неопределенный интеграл, используя технику интегрирования рациональных дробей. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 4.* Найти неопределенный интеграл, используя подходящую замену переменных. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание № 5.* Найти неопределенный интеграл, используя метод разложения и тождественные преобразования. Максимальная оценка: 3 балла.

**Типовой вариант**

$$1) \int_1^2 \frac{e^{1/x^2}}{2x^3} dx; \quad 2) \int_0^{\pi/3} (1+2x) \cos 3x dx; \quad 3) \int \frac{8x^2 - 5}{4x^2 - 3x - 1} dx;$$

$$4) \int x \left(3 - \frac{x}{2}\right)^6 dx; \quad 5) \int \left(7x\sqrt[3]{x} - e^2 + \frac{2x+3}{x-1} - \frac{2}{2x^2 + 6x + 7}\right) dx.$$

Рекомендуемая литература: § 42–45 [1], § 35–38 [2].

**Контрольная работа №6 «Дифференциальные уравнения. Числовые ряды»**

Тип: письменная, 16-я неделя второго семестра. Количество часов: 2 час.

Содержание: решение задач по темам № 14–15. Максимальная оценка: 15 баллов.

*Задание 1.* Нахождение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения (ЛНДУ) первого порядка. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание 2.* Решение задачи Коши линейного однородного дифференциального уравнения (ЛОДУ) второго порядка с постоянными коэффициентами. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание 3.* Исследование сходимости знакоположительного ряда с помощью признака Даламбера. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание 4.* Исследование сходимости знакоположительного ряда с помощью радикального признака Коши. Максимальная оценка: 3 балла.

*Задание 5.* Исследование знакопеременного ряда на абсолютную и условную сходимость. Максимальная оценка: 3 балла.

**Типовой вариант**

1. Найти общее решение ЛНДУ первого порядка:  $\cos 2x \cdot y' + \sin 2x \cdot y = 2 \sin 2x$ .

2. Решить задачу Коши для ЛОДУ второго порядка:  $y'' - 2y' - 8y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -2$ .

3. Исследовать ряд на сходимость с помощью признака Даламбера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 \cdot 4^{2n-1}}{(3n+2)!}$ .

4. Исследовать ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{5^{n-1}} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{n^2}.$$

5. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n^2 - 1}$ .

Рекомендуемая литература: § 49–53 [1], § 41–47 [2].

**Контрольные вопросы для промежуточной аттестации (экзамен)**

**Часть 2 (к итоговой контрольной работе №2)**  
**«Функции нескольких переменных» (темы 8–10)**

*Области на плоскости*

- 4.1. Дайте определение шаровой  $\varepsilon$ -окрестности точки  $M_0 \in \mathbb{R}^n$ .
- 4.2. Дайте определение внутренней и граничной точек множеств.
- 4.3. Дайте определения областей следующего типа: открытые/замкнутые; ограниченные/неограниченные; связные/несвязные; выпуклые/невыпуклые.

*Основные понятия функции нескольких переменных*

- 4.4. Дайте определение функции нескольких переменных.
- 4.5. Дайте определение линии уровня функции двух переменных.
- 4.6. Дайте определение предела функции двух переменных в точке.
- 4.7. Дайте определения полного и частных приращений функции двух переменных.
- 4.8. Сформулируйте определения непрерывности функции двух переменных.

*Частные производные и дифференциалы*

- 4.9. Дайте определение частных производных функции двух переменных. В чем их геометрический смысл?
- 4.10. Сформулируйте теорему Шварца.
- 4.11. Дайте определение полного и частных дифференциалов функции двух переменных. В чем их геометрический смысл?
- 4.12. Дайте определение дифференцируемости функции двух переменных.
- 4.13. Докажите теорему о связи дифференцируемости и непрерывности.
- 4.14. Докажите теорему о связи дифференцируемости с существованием частных производных.
- 4.15. Докажите теорему о полной производной. Приведите частный и общий случаи.

*Производная по направлению, градиент*

- 4.16. Дайте определение производной по направлению функции двух переменных, выведите формулу для ее вычисления. Укажите связь производной по направлению с частными производными.
- 4.17. Дайте определение градиента.
- 4.18. Сформулируйте теорему о производной по направлению градиента.
- 4.19. Перечислите основные свойства градиента.

*Экстремумы функции двух переменных*

- 4.20. Дайте определение локальных экстремумов функции двух переменных.

4.21. Докажите теорему о необходимых условиях существования локального экстремума.

4.22. Сформулируйте теорему о достаточных условиях существования локального экстремума.

4.23. Выведите формулы для определения параметров линейной зависимости  $y = ax + b$  по методу наименьших квадратов.

4.24. Дайте определение условного экстремума функции двух переменных.

4.25. Сформулируйте теоремы о необходимых и достаточных условиях существования условного экстремума.

*Рекомендуемая литература:* § 30–41 [1], § 26–34 [2].

### **«Интегральное исчисление» (темы 11–14)**

#### *Неопределенные интегралы*

5.1. Дайте определение первообразной и неопределенного интеграла.

5.2. Докажите теорему об общем виде первообразных.

5.3. Сформулируйте и докажите свойства неопределенного интеграла.

5.4. Выведите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

5.5. Приведите схему интегрирования рациональных дробей. Перечислите виды простейших дробей.

#### *Определенные интегралы*

5.6. Дайте определение определенного интеграла. В чем его геометрический смысл?

5.7. Выведите формулу Ньютона — Лейбница.

5.8. Сформулируйте свойства определенного интеграла.

5.9. Докажите теорему о среднем значении определенного интеграла.

5.10. Докажите теорему об оценке определенного интеграла.

#### *Несобственные интегралы*

5.11. Дайте определение несобственного интеграла первого рода. В чем его геометрический смысл?

5.12. Дайте определение несобственного интеграла второго рода. В чем его геометрический смысл?

5.13. Сформулируйте признаки сравнения несобственных интегралов. Укажите эталонные функции для сравнения несобственных интегралов первого и второго рода.

#### *Общие понятия ДУ*

5.14. Что понимается под общим решением (интегралом) дифференциального уравнения  $n$ -го порядка?

5.15. Сформулируйте теорему Коши о существовании и единственности дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.

*ДУ первого порядка*

5.16. Укажите вид и приведите схему решения дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

5.17. Укажите вид и приведите схему решения однородного дифференциального уравнения первого порядка. Какие функции называются однородными?

5.18. Укажите вид линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка и приведите схемы его решения методом И. Бернулли и методом вариации произвольной постоянной.

*ДУ второго порядка*

5.19. Укажите виды и схемы решений дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка.

5.20. Сформулируйте теорему о фундаментальной системе решений ЛОДУ второго порядка.

5.21. Сформулируйте теорему о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

5.22. Укажите виды частного решения ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами для основных типовых случаев.

*Рекомендуемая литература:* § 42–50 [1], § 35–44 [2].

### **«Элементы теории рядов» (тема 15)**

6.1. Дайте определение числового ряда, частичной суммы, суммы, сходимости.

6.2. Выведите условия сходимости ряда, составленного из членов геометрической прогрессии.

6.3. Сформулируйте свойства рядов.

6.4. Докажите теорему о необходимом признаке сходимости ряда.

6.5. Докажите расходимость гармонического ряда.

6.6. Сформулируйте признаки сравнения рядов с положительными членами.

6.7. Сформулируйте и докажите признак Даламбера.

6.8. Сформулируйте радикальный признак Коши.

6.9. Сформулируйте и докажите интегральный признак Коши.

6.10. Выведите условия сходимости ряда Дирихле.

6.11. Сформулируйте признак Лейбница.



6.12. Дайте определения условной и абсолютной сходимости знакопеременных рядов, сформулируйте признак абсолютной сходимости.

*Рекомендуемая литература:* § 51–53 [1], § 45–47 [2].

### Типовой вариант итоговой контрольной работы №2

Тип: письменная, 17-я неделя второго семестра. Количество часов: 4 час.

Содержание: 8 теоретических и практических вопросов по темам № 8–15.  
Максимальная оценка каждого задания: 5 баллов. Общая максимальная оценка: 40 баллов.

1. Дать определение дифференцируемости функции двух переменных. Доказать теорему о связи дифференцируемости с существованием частных производных.

2. Дать определения первообразной и неопределенного интеграла.

4. Исследовать на непрерывность функцию  $z = \frac{1}{x^2 + 2x + y^2 - 6y + 10}$ .

5. Найти производную функции  $z = \frac{e^{y/2}}{x + y^2}$  в точке  $M_0(-1; 0)$  по направлению к точке  $M(-2; 3)$ .

6. Найти значение несобственного интеграла или установить его расходимость:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 8x + 17}.$$

7. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y^2 = 3x$ ,  $x = 3$ .

8. Найти область сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{3^n(2n+1)}$ .

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Список литературы

#### Основная литература

Краснова С. А. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата. Ч. 2 / С. А. Краснова, В. А. Уткин. - Москва : Юрайт, 2017. - 314, [1] с. : рис., табл. ; 25 см. - (Бакалавр. Прикладной курс). - Библиогр.: с. 297. - ISBN 978-5-534-03985-6 (ч. 2). - ISBN 978-5-534-03963-4 : 759.00.

Краснова С.А. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата. Ч. 1 / С. А. Краснова, В. А. Уткин. - Москва : Юрайт, 2017. - 297 с. : рис., табл. ; 25 см. - (Бакалавр. Прикладной курс). - Библиогр.: с. 276. - ISBN 978-5-534-03962-7 (ч. 1). - ISBN 978-5-534-03963-4 : 729.00.

Лепе Н. Л. Лекции по линейной алгебре : учебное пособие. - Москва : Тривант, 2016. - 247 с. ; 21 см. - Библиогр.: с. 220-221. - ISBN 978-5-7281-1699-8. - ISBN 978-5-89513-399-6 : 250.00.

#### Дополнительная литература

Демина Т. И. Математический анализ для экономистов: практикум : учебное пособие. - Москва : Инфра-М, 2016. - 365 с. - ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ. - ISBN 978-5-16-010388-4.

Шипачев В. С. Задачник по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - Москва : Инфра-М, 2015. - 304 с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010071-5. - ISBN 978-5-16-101831-6.

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимый для освоения дисциплины

1. <http://mathem.h1.ru/>

Математика on-line. В помощь студенту. Основные математические формулы по алгебре, геометрии, тригонометрии, высшей математике, исторические данные и многое другое можно найти на данном сайте.

2. <http://math.reshebnik.ru/>

На сайте размещены задания и образцы решений, теоретические материалы.

#### Перечень БД и ИСС

№п/п	Наименование
	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru

	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

В качестве материально-технического обеспечения дисциплины необходимо:

1. Учебная аудитория, оборудованная компьютером, мультимедиа-проектором и экраном.
2. Наличие в аудитории доски.
3. Лицензионное программное обеспечение Microsoft Office

### Перечень ПО

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
2	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Zoom	Zoom	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;

- экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;

- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;

- в форме электронного документа;

- в форме аудиофайла.

- для глухих и слабослышащих:

- в печатной форме;

- в форме электронного документа.

- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме;

- в форме электронного документа;

- в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## **9. Методические материалы**

### **9.1. Планы практических занятий**

#### **Методические указания по организации и проведению**

*Цель практических занятий* – выработать у студентов навыки решения типовых математических задач по дифференциальному и интегральному исчислению и применения теоретических основ курса как в процессе обучения, так и в будущей профессиональной деятельности.

Темы практических занятий отражают последовательность изучения дисциплины в соответствии с рабочей программой и выбраны исходя из их значимости для изучения курса. На занятиях отрабатываются наиболее важные теоретические аспекты дисциплины, а также типовые задачи, решение которых не требует громоздких математических выкладок. Такой подход упрощает восприятие сложных математических конструкций, что существенно для студентов гуманитарного университета.

При подготовке к занятию студент должен ознакомиться с планом занятия, повторить теоретический материал по данной теме на основании конспектов лекций и рекомендуемой литературы. На оценку работы студентов на занятии влияет правильность и скорость решения предлагаемых задач, умение объяснить другим студентам свое решение, правильность ответов на вопросы по теоретическому курсу. Предусматривается

разное количество задач для студентов с разной степенью подготовленности и способности решать математические задачи: есть необходимый минимум, который по окончании семинара должны уметь решать все (эти задачи составляют основу контрольных работ), и их разбору на семинаре уделяется особое внимание.

Для эффективного обучения студенты должны выполнить домашнее задание, выдаваемое после каждого практического занятия, содержание которого соответствует пройденному теоретическому и практическому материалу. Текущий контроль успеваемости студентов включает проверку выполнения домашних заданий, а также проведение контрольных работ по укрупненным тематикам курса.

Ниже раскрывается содержание практических занятий для очной формы обучения. Приведены:

1) вопросы для обсуждения, которые отражают ключевые теоретические аспекты курса и методики решения типовых математических задач, а также возможность их использования в предметной области;

2) список основной рекомендуемой литературы с указанием параграфов.

Ссылка [1]: Краснова С.А., Уткин В.А. Основы математического анализа: Учебное пособие / Под ред. В.В. Кульбы. М.: РГГУ, 2010. 551 с.

Ссылка [2]: Краснова С.А. Уткин В.А. Математический анализ: Сборник задач / Под ред. В.В. Кульбы. М.: РГГУ, 2013. 646 с. (Электронный ресурс).

## Часть 1

### **1. Функция одной переменной: область определения, область значений, четность/нечетность, обратная функция. Построение графиков методом преобразования**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятия функции одной переменной: область определения, область значений.
  - 2) Четность/нечетность.
  - 3) Обратная функция.
  - 4) Графики основных элементарных функций.
  - 5) Основные методы преобразования графиков функций.
- 3. Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Понятие числовой последовательности. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимост. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности

2) Предел последовательности: определение, геометрический смысл.

3) Арифметические свойства пределов. Раскрытие неопределенностей  $[\infty / \infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ .

### **3. Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Предел функции на бесконечности.

2) Предел функции в точке (по Коши).

3) Вычисление пределов алгебраических выражений: раскрытие неопределенностей  $[\infty / \infty]$ ,  $[\infty - \infty]$ ,  $[0 / 0]$ .

### **4. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №1**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Эквивалентные бесконечно малые функции.

2) Первый и второй замечательные пределы.

#### **5.1. Вычисление сложных процентов**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Простые проценты.

2) Сложные проценты: прямая и обратные задачи.

#### **5.2. Контрольная работа № 1 (см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

### **6. Непрерывность функции одной переменной**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.

2) Односторонние пределы.

3) Точки разрыва и их классификации.

## **7. Производные элементарных функций, правила дифференцирования, производная сложной функции**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Понятие производной функции одной переменной.

2) Таблица производных.

3) Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.

4) Производная сложной функции.

## **8. Производные высших порядков. Логарифмическая производная, производная неявно заданной функции**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Производные высших порядков.

2) Логарифмическое дифференцирование.

3) Производная неявно заданной функции.

## **9. Касательная и нормаль. Дифференциал. Применение дифференциала для приближенных вычислений**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Уравнения касательной и нормали к кривой.

2) Дифференциал функции, геометрический смысл.

3) Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

## **10. Правило Лопиталья. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №2**



*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей  $[0/0]$ ,  $[\infty/\infty]$ .
- 2) Раскрытие неопределенностей  $[1^\infty, \infty^0, 0^0]$  с использованием правила Лопиталя.

### **11. Контрольная работа №2** (см. типовой образец).

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

### **12. Формула Тейлора**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Формула Тейлора для многочлена.
- 2) Формула Тейлора для произвольной функции.

### **13. Исследование функции одной переменной: возрастание/убывание, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на монотонность и экстремумы.
- 2) Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

### **14. Выпуклость/вогнутость, точки перегиба, асимптоты**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на выпуклость/вогнутость функции. Точки перегиба.
- 2) Асимптоты графика функции.

### **15. Полное исследование и построение графика функции**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Общая схема исследования функции и построения графика.

### **16. Контрольная работа №3** (см. типовой образец).

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## Часть 2

### **17. Функции двух переменных: область определения, линии уровня, предел, непрерывность**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Область определения функции двух переменных, ее характеристики.
- 2) Семейство линий уровня функции двух переменных.
- 3) Предел и непрерывность функции двух переменных.

### **18. Частные производные. Частный и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Частное и полное приращение функции двух переменных.
- 2) Определение частных производных. Техника дифференцирования.
- 3) Частные и полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
- 4) Производная сложной функции. Полная производная.

### **19. Производная по направлению. Градиент**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производная по направлению.
- 2) Градиент функции и его свойства.

### **20. Локальные экстремумы функции двух переменных. Метод наименьших квадратов**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
- 2) Метод наименьших квадратов для определения параметров линейной регрессии.

## **21. Условные экстремумы функции двух переменных. Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №4**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

## **22. Контрольная работа №4 (см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **23. Неопределенный интеграл: табличные интегралы, подведение под знак дифференциала, замена переменных**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.

2) Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной.

## **24. Неопределенный интеграл: интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Метод интегрирования по частям.

- 1) Интегрирование рациональных дробей.

## **25. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции). Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе №5**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

- 2) Методы вычисления определенного интеграла.

- 3) Вычисление площади плоской фигуры.

## **26. Контрольная работа № 5 (см. типовой образец).**

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **27. Несобственные интегралы**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

2) Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.

## **28. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: с разделяемыми переменными, однородные, линейные**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.

2) Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

3) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

## **29. Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка; линейные с постоянными коэффициентами**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка.

2) Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

## **30. Числовые ряды. Свойства, необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши)**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

1) Основные понятия числовых рядов. Свойства, необходимый признак сходимости.

2) Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).

### **31. Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница.** **Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе № 6**

*Цель занятия:* контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
- 2) Знакопеременные ряды. Исследование на абсолютную и условную сходимость.
- 3) Вычисление суммы ряда с заданной точностью.

### **32. Контрольная работа № 6** (см. типовой образец).

*Цель занятия:* контроль умения решать типовые практические задачи.

## **9.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Самостоятельная работа студентов направлена на закрепление полученных навыков и для приобретения новых теоретических и фактических знаний, выполняется в читальном зале библиотеки и в домашних условиях, подкрепляется учебно-методическим и информационным обеспечением (учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций). В данном разделе приведены задания для домашней работы, с помощью которых закрепляются теоретические положения курса и навыки решения типовых задач.

Тот факт, что в полной мере индивидуальный контроль знаний может быть осуществлен именно на практических занятиях, которым предшествуют лекции по данной теме, ниже для каждого практического занятия приводится:

- 1) список теоретических вопросов по данной теме, которые студенты должны изучить к указанному занятию на основе конспекта лекций и рекомендуемой литературы;
- 2) практические задания [2], которые студенты должны выполнить после проведения указанного семинара, для закрепления показанных на практическом занятии основных приемов решения типовых задач.

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Математика» является обязательной дисциплиной базовой части дисциплин учебного плана образовательной программы по направлению подготовки 38.03.03 «Управление персоналом». Дисциплина реализуется на факультете управления кафедрой моделирования в экономике и управлении.

**Цель дисциплины** – обще математическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

### **Задачи дисциплины:**

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач управления;
- формирование умения выбирать математический инструментарий для построения моделей процессов в управлении, анализировать результаты расчетов, обосновывать полученные выводы и прогнозировать результаты управления.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - способность осуществлять сбор, обработку и анализ данных для решения задач в сфере управления персоналом

### *Индикатор*

*ОПК – 2.2. - Применение знаний статистики и математических алгоритмов для анализа данных при решении задач в сфере управления персоналом*

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

### **Знать:**

- инструментарий для построения моделей процессов в управлении, анализа результатов расчетов, обоснования выводов и прогнозирования результатов управления;
- инструментарий для сбора, обработки и анализа данных для решения задач в сфере управления персоналом.

### **Уметь:**

- осуществлять сбор, обработку и анализ данных для решения задач в сфере управления персоналом;

- применять знания статистики и математических алгоритмов для анализа данных при решении задач в сфере управления персоналом;

- уметь применять адекватные модели и методы для решения управленческих задач.

**Владеть:**

- классическими методами количественного анализа и моделирования;

- навыками применения математического аппарата матричного и векторного анализа, теории линейных операторов для выработки оптимальных решений в сфере управления персоналом.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№ п/п	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола